

CALCUL DE LA DATE DE PAQUES / EASTER DATE CALCULATION

Avec l'algorithme de Gauss, valable pour calendriers Julien et Grégorien, jusqu'en 2299.
With Gauss' algorithm, valid for both Julian and Gregorian calendars, up to 2299.

Par / By: Michel NALLINO

1. Rappel / Reminder:

Reste entier de la division de m par n / Remainder of m divided by n:
Se calcule avec la fonction mod, mod(m,n) / Is calculated with mod function, mod(m,n).

2. Détermination des α et β / Calculation of α and β :

m est le millésime pour lequel on calcule Pâques.

m is the year for which Easter date is calculated.

$$\alpha(m) := \begin{cases} 0 & \text{if } m \leq 1582 \\ \text{otherwise} & \\ \begin{cases} 7 & \text{if } m \leq 1699 \\ \text{otherwise} & \\ \begin{cases} 8 & \text{if } m \leq 1899 \\ \text{otherwise} & \\ \begin{cases} 9 & \text{if } m \leq 2199 \\ 10 & \text{otherwise} \end{cases} \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

$$\beta(m) := \begin{cases} 0 & \text{if } m \leq 1582 \\ \text{otherwise} & \\ \begin{cases} 4 & \text{if } m \leq 1699 \\ \text{otherwise} & \\ \begin{cases} 3 & \text{if } m \leq 1799 \\ \text{otherwise} & \\ \begin{cases} 2 & \text{if } m \leq 1899 \\ \text{otherwise} & \\ \begin{cases} 1 & \text{if } m \leq 2099 \\ \text{otherwise} & \\ \begin{cases} 0 & \text{if } m \leq 2199 \\ 6 & \text{otherwise} \end{cases} \end{cases} \end{cases} \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

3. Calcul de r et t / Calculation of r and t:

r est le nombre de jours entre Pâques et le 21 mars.
r is the number of days between Easter and March 21.

$$r1(m) := \text{mod}(19 \cdot \text{mod}(m, 19) + 15 + \alpha(m), 30)$$

Correctifs pour cas limites / Corrections for limit cases:

$$r(m) := \text{si}(r1(m) < 28, r1(m), \text{si}(r1(m) = 28, \text{si}(\text{mod}(m, 19) > 10, 27, 28), 28))$$
$$t(m) := \text{mod}(2 \cdot \text{mod}(m, 4) + 4 \cdot \text{mod}(m, 7) + 6 \cdot r(m) + 6 - \beta(m), 7)$$

4. Calcul de la date de Pâques / Easter Date calculation:

SAISIR L'ANNEE / ENTER YEAR:

m := 1539

$$\text{JourPaques}(m) := \text{si}(r(m) + t(m) \leq 9, r(m) + t(m) + 22, r(m) + t(m) - 9) \quad \text{JourPaques}(m) = 6$$

$$\text{MoisPaques}(m) := \text{si}(r(m) + t(m) \leq 9, 3, 4) \quad \text{MoisPaques}(m) = 4$$

Année m = 1539

5. Calendrier ecclésiastique et fêtes mobiles / Ecclesiastic calendar and loose feasts:

5.1 Rappel des définitions / Reminder of definitions:

Dimanche de Septuagésime, 63 jours avant Pâques.
Septuagesima Sunday, 63 days before Easter.

Dimanche de Sexuagésime, 56 jours avant Pâques.
Sexuagesima Sunday, 56 days before Easter.

Dimanche de Quinquagésime, 49 jours avant Pâques.
Quinquagesima Sunday, 49 days before Easter.

Mercredi des Cendres, 46 jours avant Pâques.
Ash Wednesday, 46 days before Easter.

Dimanche de la passion, 14 jours avant Pâques.
Passion Sunday, 14 days before Easter.

Dimanche des Rameaux, "Pâques Fleuries", 7 jours avant Pâques.
Palm Sunday, 7 days before Easter.

Dimanche de Quasimodo, "Pâques Closes", 7 jours après Pâques.
Low Sunday, 7 days after Easter.

Jeu de l'Ascension, 39 jours après Pâques.
Ascension Thursday, 39 days after Easter.

Dimanche de Pentecôte, 49 jours après Pâques.
Whit Sunday, 49 days after Easter.

Lundi de Pentecôte, 50 jours après Pâques.
Whit Monday, 50 days after Easter.

Dimanche de la Trinité, 56 jours après Pâques.
Trinity Sunday, 56 days after Easter.

Jeudi de la Fête-Dieu, 60 jours après Pâques.
Corpus Christi Thursday, 60 days after Easter.

5.2 Calcul du numéro d'ordre du jour de Pâques / Calculation of Easter day order:

$$P1(m) := \text{si}(\text{MoisPaques}(m) = 3, 31 + 28 + \text{JourPaques}(m), 31 + 28 + 31 + \text{JourPaques}(m))$$

Correctif pour années bissextiles / Correction for leap years:

$$C(m) := \begin{cases} \text{si}(\text{mod}(m, 4) \neq 0, 0, 1) & \text{if } m \leq 1582 \\ \text{si}(\text{mod}(m, 4) \neq 0, 0, \text{si}(\text{mod}(m, 100) \neq 0, 1, \text{si}(\text{mod}(m, 400) \neq 0, 0, 1))) & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$P(m) := P1(m) + C(m) \quad P(m) = 96$$

5.3 Autres jours du calendrier ecclésiastique / other days of ecclesiastic calendar:

Septuagésime / Septuagesima:

$$S7(m) := P(m) - 63 \quad S7(m) = 33$$

Sexuagésime / Sexuagesima:

$$S6(m) := P(m) - 56 \quad S6(m) = 40$$

Quinquagésime / Quinquagesima:

$$Q(m) := P(m) - 49 \quad Q(m) = 47$$

Cendres / Ash Wednesday:

$$CE(m) := P(m) - 46 \quad CE(m) = 50$$

Passion / Passion Sunday:

$$PA(m) := P(m) - 14 \quad PA(m) = 82$$

Rameaux / Palm Sunday:

$$R(m) := P(m) - 7 \quad R(m) = 89$$

Pâques / Easter:

$$P(m) = 96$$

Quasimodo / Low Sunday:

$$QA(m) := P(m) + 7 \quad QA(m) = 103$$

Ascension / Ascension:

$$A(m) := P(m) + 39 \quad A(m) = 135$$

Dimanche de Pentecôte / Whit Sunday:

$$DP(m) := P(m) + 49 \quad DP(m) = 145$$

Lundi de Pentecôte / Whit Monday:

$$LP(m) := P(m) + 50 \quad LP(m) = 146$$

Trinité / Trinity:

$$T(m) := P(m) + 56 \quad T(m) = 152$$

Fête-Dieu / Corpus Christi:

$$FD(m) := P(m) + 60 \quad FD(m) = 156$$

5.4 Calcul de la date en fonction du numéro de jour / Date calculation from day order:

$$\text{Jour}(N, m) := \begin{cases} N & \text{if } N \leq 31 \\ \text{otherwise} & \\ \quad \text{if } C(m) = 0 & \\ \quad \quad (N - 31) & \text{if } N \leq 59 \\ \quad \quad \text{si}(N \leq 90, N - 59, \text{si}(N \leq 120, N - 90, \text{si}(N \leq 151, N - 120, N - 151))) & \text{otherwise} \\ \quad \text{otherwise} & \\ \quad \quad (N - 31) & \text{if } N \leq 60 \\ \quad \quad \text{si}(N \leq 91, N - 60, \text{si}(N \leq 121, N - 91, \text{si}(N \leq 152, N - 121, N - 152))) & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{Mois}(N, m) := \begin{cases} 1 & \text{if } N \leq 31 \\ \text{otherwise} & \\ \quad \text{if } C(m) = 0 & \\ \quad \quad 2 & \text{if } N \leq 59 \\ \quad \quad \text{si}(N \leq 90, 3, \text{si}(N \leq 120, 4, \text{si}(N \leq 151, 5, 6))) & \text{otherwise} \\ \quad \text{otherwise} & \\ \quad \quad 2 & \text{if } N \leq 60 \\ \quad \quad \text{si}(N \leq 91, 3, \text{si}(N \leq 121, 4, \text{si}(N \leq 152, 5, 6))) & \text{otherwise} \end{cases}$$

6. Résultat Final / Final Results:

ANNEE / YEAR:

m = 1539

FETE / FEAST:	JOUR / DAY:	MOIS / MONTH:
Septuagésime / Septuagesima:	Jour(S7(m), m) = 2	Mois(S7(m), m) = 2
Sexuagésime / Sexuagesima:	Jour(S6(m), m) = 9	Mois(S7(m), m) = 2
Quinquagésime / Quinquagesima:	Jour(Q(m), m) = 16	Mois(Q(m), m) = 2
Cendres / Ash Wednesday:	Jour(CE(m), m) = 19	Mois(CE(m), m) = 2
Passion / Passion Sunday:	Jour(PA(m), m) = 23	Mois(PA(m), m) = 3
Rameaux / Palm Sunday:	Jour(R(m), m) = 30	Mois(R(m), m) = 3
Pâques / Easter:	Jour(P(m), m) = 6	Mois(P(m), m) = 4
Quasimodo / Low Sunday:	Jour(QA(m), m) = 13	Mois(QA(m), m) = 4
Ascension / Ascension:	Jour(A(m), m) = 15	Mois(A(m), m) = 5
Dimanche de Pentecôte / Whit Sunday:	Jour(DP(m), m) = 25	Mois(DP(m), m) = 5
Lundi de Pentecôte / Whit Monday:	Jour(LP(m), m) = 26	Mois(LP(m), m) = 5
Trinité / Trinity:	Jour(T(m), m) = 1	Mois(T(m), m) = 6
Fête-Dieu / Corpus Christi:	Jour(FD(m), m) = 5	Mois(FD(m), m) = 6

NOTES:

- Conventions de couleur: commentaires en bleu-vert; formules en noir; case bleu-clair pour la saisie, cases jaunes pour les résultats.

- Entrée en vigueur du calendrier Grégorien:

Italie, Espagne, Portugal, le 4/10/1582 fut suivi du 15/10/1582.

France, le 10/12/1582 fut suivi du 20/12/1582.

Pays-Bas catholiques, Lorraine, Savoie: entrée en vigueur en décembre 1582.

Autriche, Allemagne et Suisse catholiques: entrée en vigueur en 1584.

Pologne: 1586.

Hongrie: 1587.

Prusse: 1648.

Alsace: 1682.

Allemagne, Suisse et Pays-Bas protestants, Danemark, Norvège: 1700.

Grande-Bretagne, Suède: 1752.

Certains cantons Suisses protestants: 1753.

Grisons (Suisse): 1811.

Japon: 1873 (depuis calendrier spécifique).

Chine: 1911 (depuis calendrier spécifique).

Bulgarie: 1916.

Roumanie, Yougoslavie: 1919.

Grèce, URSS: 1923.

Turquie: 1926 (depuis calendrier musulman).

(Tous les calculs supposent un changement de calendrier en 1582).

- L'algorithme de Carl Gauss, célèbre mathématicien (1777-1855), donne "la meilleure évaluation possible". Il a été établi en 1800 (et reformulé dans cette feuille de calcul). Il est réputé exact à partir du XVII^{ème} siècle. Au XVI^{ème} siècle et antérieurement, et plus particulièrement en calendrier Julien, les algorithmes n'étaient pas formalisés de manière mathématique, les calculs se faisaient à partir de tables plus ou moins précises; il y a donc risque d'écarts.

- Des incertitudes demeurent sur certaines dates du calendrier ecclésiastique: le dimanche de la Passion est, depuis les années 197x, confondu avec celui des Rameaux; pour les siècles anciens, XVI^{ème} siècle et antérieurs, les avis divergent.

- Sources:

Encyclopaedia Universalis®.

Quid®.

Dictionnaire Encyclopédique Larousse®.

- Ecrit pour Mathcad 7 Professionnel® ou version plus récente; à défaut, télécharger Mathcad Explorer®, gratuit, à l'adresse: <http://www.mathsoft.com/mathcad/explorer/>

- Copyright Michel NALLINO 2001, usage non commercial libre. Cette feuille de calcul est fournie sans aucune garantie d'aucune sorte. Les marques déposées sont propriété de leurs propriétaires respectifs.

NOTES:

- Colors conventions: green-blue comments; black formulas; light-blue background for entering data; yellow background for displaying results.

- Application date of Gregorian calendar:

Italy, Spain, Portugal, the 4/10/1582 was followed by 15/10/1582.

France, the 10/12/1582 was followed by 20/12/1582.

Catholic Netherlands, Lorraine, Savoy: application in december 1582.

Austria, Catholic German states, Catholic Swiss cantons: application in 1584.

Poland: 1586.

Hungary: 1587.

Prussia: 1648.

Alsace: 1682.

Protestant German states, some Protestant Swiss cantons, Protestant Netherlands,

Denmark, Norway: 1700.

Great-Britain, Sweden: 1752.

Some Protestant Swiss cantons: 1753.

Graubünden canton (Switzerland): 1811.

Japan: 1873 (from specific calendar).

China: 1911 (from specific calendar).

Bulgaria: 1916.

Rumania, Yugoslavia: 1919.

Greece, USSR: 1923.

Turkey: 1926 (from muslim calendar).

(All calculations suppose that Gregorian calendar began in 1582)

- The algorithm of Carl Gauss, famous mathematician (1777-1855), gives "the best available estimate". It has been established in 1800 (and reformulated in this calculation sheet). It is supposed true from the 17th century. In the 16th century and before, and more particularly in Julian calendar, algorithms were not formalised in a mathematical way, but calculations done from tables, more or less accurate; there is so a risk of difference between calculated / observed Easter date.

- Some uncertainties remain for some dates of the ecclesiastic calendar: Passion Sunday has been, since 197x, merged with Palm Sunday; for old centuries, 16th one and before, opinions disagree.

- Sources:

Encyclopaedia Universalis®.

Quid®.

Dictionnaire Encyclopédique Larousse®.

- Written for Mathcad 7 Professional® or later; without Mathcad, you can download a free copy of Mathcad Explorer®, from: <http://www.mathsoft.com/mathcad/explorer/>

- Copyright Michel NALLINO 2001, free for non commercial use. This calculation sheet is given without any warranty of any kind. Registered marks are property of their respective owners.